

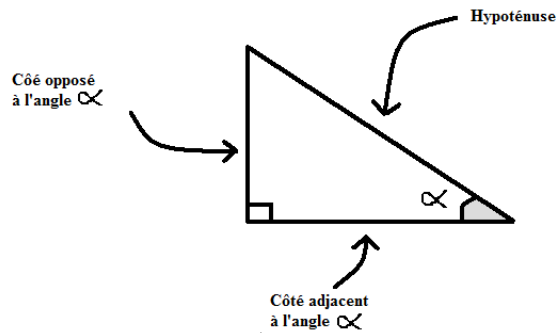
Notion 15 : La Trigonométrie

La trigonométrie s'intéresse aux différentes mesures que l'on peut faire dans un triangle, que ce soit au niveau des angles ou bien de la longueur des côtés.

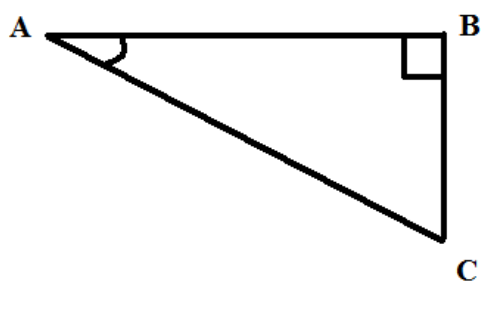
C'est une boîte à outils qui va nous permettre de calculer la longueur d'un côté alors qu'on en connaît un seul côté ou bien encore de connaître la valeur d'un angle en ne connaissant que deux côtés.

I – Définitions

Dans un triangle rectangle :



- Le cosinus d'un angle aigu est égale à : $\frac{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$
- Le sinus d'un angle aigu est égale à : $\frac{\text{Longueur du côté opposé à l'angle}}{\text{Longueur de l'hypoténuse}}$
- La tangente d'un angle aigu est égale à : $\frac{\text{Longueur du côté opposé à l'angle}}{\text{Longueur du côté adjacent à l'angle}}$



On notera par exemple :

$$\text{Cos (BAC)} = \frac{AB}{AC}$$

$$\text{Sin (BAC)} = \frac{BC}{AC}$$

$$\text{Tan (BAC)} = \frac{BC}{AB}$$

SOHCAHTOA !!!
CAHSOHTOA !!!

Remarques importantes :

- L'hypoténuse est toujours le plus grand côté du triangle rectangle.
- L'hypoténuse est toujours le côté opposé à l'angle droit.

Propriétés :

- $0 \leq \cos \alpha \leq 1$; $0 \leq \sin \alpha \leq 1$ et $0 \leq \tan \alpha$.
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$.
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$.

II - Méthodes

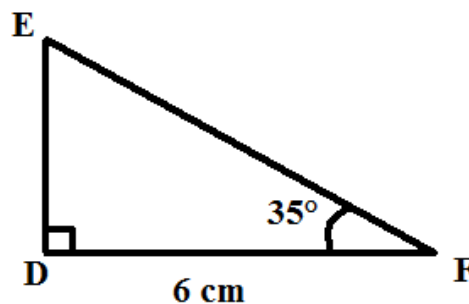
a) Calculer une longueur :

Données, on connaît :

- la valeur d'un angle.
- la longueur d'un côté.

Exercice :

Dans le triangle DEF rectangle en E,
Calculer la longueur EF.



- 1) **Quel angle nous est donné ?** c'est l'angle \widehat{DFE} .
On va donc se servir d'une formule utilisant cet angle (cos ; sin ou tan).
- 2) **Quelle longueur est donnée ?**
C'est DF, la longueur du côté adjacent à l'angle \widehat{DFE} .
Donc on va utiliser cos ou la tan.
- 3) **Que recherche-t-on ?** La longueur de l'hypoténuse EF, on doit donc utiliser :

$$\cos \widehat{DFE} = \frac{DF}{FE}$$

Annotations:
- "angle que l'on connaît" points to \widehat{DFE}
- "longueur que l'on connaît" points to DF
- "longueur que l'on cherche" points to FE

4) On fait le calcul :

$$\cos \widehat{DFE} = \frac{DF}{FE}$$
$$\text{Donc } FE = \frac{DF}{\cos \widehat{DFE}}$$

$$FE = \frac{6}{\cos 35^\circ} \approx 7,32 \text{ cm.}$$

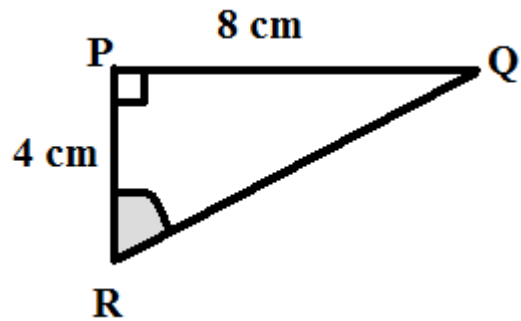
On peut ensuite calculer DE en utilisant la tangente de l'angle \widehat{DFE} et en procédant de manière similaire (à la maison).

b) calculer un angle :

Données, on connaît :

- Deux longueurs de côtés du triangle.

1) **Quel angle cherche-t-on ?**



L'angle \widehat{PRQ} .

Donc on va utiliser une formule de cet angle.

2) **Quels sont les longueurs données ?**

La longueur PR (côté adjacent) et la longueur PQ (côté opposé).

Donc on va utiliser :

$$\text{Tan } \widehat{PRQ} = \frac{\text{PQ}}{\text{PR}}$$

angle recherché
longueurs connues

3) **On fait les calculs :**

$$\text{Tan } \widehat{PRQ} = \frac{\text{PQ}}{\text{PR}}$$

$$\text{Tan } \widehat{PRQ} = \frac{8}{4} = 2$$



On utilise alors la touche \tan^{-1} de la calculatrice !!!

$$\text{Donc } \widehat{PQR} = \tan^{-1}(2) \approx 63,4^\circ$$

Remarque :

Si on se sert d'un cosinus, on tapera sur la touche \cos^{-1} .

Si c'est un sinus, on tapera sur la touche \sin^{-1} .